

## แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

เวลา 1 ชั่วโมง

### ผลการเรียนรู้

แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

### สาระสำคัญ

การนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึมไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ

### จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

### สาระการเรียนรู้

#### ดอกเบี้ยทบต้น

การฝากเงินที่มีการคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยทุกสิ้นปี สามารถคำนวณ ได้ดังนี้

$$B(n) = B_0(1 + r)^n$$

เมื่อ	$B(n)$	แทน	จำนวนเงินฝากในบัญชี เมื่อสิ้นปีที่ $n$
	$B_0$	แทน	จำนวนเงินฝากเริ่มต้น
	$r$	แทน	อัตราดอกเบี้ยทบต้นต่อปี

**ตัวอย่างที่ 1** ธนาคารแห่งหนึ่งกำหนดอัตราดอกเบี้ยทบต้นร้อยละ 0.25 ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยเป็นรายปี

- 1) ถ้าฝากเงิน 50,000 บาท โดยไม่มีการถอนเงิน จงหาจำนวนเงินฝากในบัญชีเมื่อสิ้นปีที่ 3
- 2) ถ้าต้องการให้มีเงินในบัญชีหลังสิ้นปีที่ 5 เป็นจำนวนเงิน 70,000 บาท ต้องฝากเงินต้นไว้  
อย่างน้อยเท่าใด โดยคำตอบอยู่ในรูปจำนวนเต็ม

**วิธีทำ** 1) จาก  $B(n) = B_0(1 + r)^n$

ในที่นี้  $n = 3$  ,  $r = \frac{0.25}{100} = 0.0025$  และ  $B_0 = 50,000$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad B(3) &= 50,000(1 + 0.0025)^3 \\ &\approx 50,375.94 \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้าฝากเงิน 50,000 บาท โดยไม่มีการถอนเงิน เมื่อสิ้นปีที่ 3 จะมีเงินฝากในบัญชี

ประมาณ 50,375.94 บาท

2) จาก  $B(n) = B_0(1 + r)^n$

ในที่นี้  $n = 5$  ,  $r = \frac{0.25}{100} = 0.0025$  และ  $B(5) = 70,000$

จะได้  $70,000 = B_0(1 + 0.0025)^5$

$$B_0 = \frac{70,000}{(1.0025)^5}$$

$$\approx 69,131.52$$

ดังนั้น ถ้าต้องการให้มีเงินในบัญชีหลังสิ้นสุดปีที่ 5 เป็นจำนวนเงิน 70,000 บาท

ต้องฝากเงินต้นไว้อย่างน้อย 69,132 บาท

### การเพิ่มจำนวนประชากร

**กรณีที่ 1** การเพิ่มของประชากรที่ไม่ได้เป็นไปอย่างต่อเนื่องตลอดเวลา สามารถคาดการณ์จำนวนประชากร ณ เวลาใดเวลาหนึ่งได้จาก

$$n(t) = n_0(1 + r)^t$$

เมื่อ	$n(t)$	แทน	จำนวนประชากรเมื่อเวลาผ่านไป $t$ ปี
	$n_0$	แทน	จำนวนประชากรเมื่อเวลาเริ่มต้น
	$r$	แทน	อัตราการเพิ่มขึ้นของจำนวนประชากรต่อเวลา

**ตัวอย่างที่ 2** ฟาร์มเลี้ยงสุกรแห่งหนึ่งมีอัตราการเพิ่มขึ้นของจำนวนสุกร 45% ต่อปี โดยในปัจจุบันฟาร์มแห่งนี้เลี้ยงสุกรมาได้ 3 ปี และมีสุกรทั้งหมด 1,500 ตัว

- 1) เมื่อเวลาเริ่มต้น ฟาร์มแห่งนี้มีสุกรประมาณกี่ตัว
- 2) อีก 10 ปี ข้างหน้า ฟาร์มแห่งนี้จะมีสุกรประมาณกี่ตัว

**วิธีทำ** 1) จาก  $n(t) = n_0(1 + r)^t$

ในที่นี้  $t = 3$  ,  $r = \frac{45}{100} = 0.45$  และ  $n(3) = 1,500$

จะได้  $1,500 = n_0(1 + 0.45)^3$

$$n_0 = \frac{1,500}{(1.45)^3}$$

$$\approx 492$$

ดังนั้น เมื่อเวลาเริ่มต้น ฟาร์มแห่งนี้มีสุกรประมาณ 492 ตัว

2) ในที่นี้  $n_0 = \frac{1,500}{(1.45)^3}$  และ  $t = 10$

จะได้  $n(10) = \frac{1,500}{(1.45)^3}(1 + 0.45)^{10}$

$$= 1,500(1.45)^7$$

$$\approx 20,215$$

ดังนั้น อีก 10 ปีข้างหน้า ฟาร์มแห่งนี้จะมีสุกรประมาณ 20,215 ตัว

**กรณีที่ 2** การเพิ่มของจำนวนแบคทีเรียเป็นไปอย่างต่อเนื่องตลอดเวลา สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$n(t) = n_0 e^{rt}$$

เมื่อ	$n(t)$	แทน	จำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป $t$ ชั่วโมง
	$n_0$	แทน	จำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาเริ่มต้น
	$r$	แทน	อัตราการเพิ่มขึ้นของจำนวนแบคทีเรียต่อเวลา

**ตัวอย่างที่ 3** ในการเพาะเชื้อแบคทีเรียจำนวนหนึ่งพบว่า มีอัตราการเจริญเติบโต 30% ต่อชั่วโมง เมื่อเวลาผ่านไป 10 ชั่วโมง จะมีจำนวนแบคทีเรียประมาณกี่เซลล์ ถ้ามีจำนวนแบคทีเรียเริ่มต้นประมาณ 600 เซลล์

**วิธีทำ** จาก  $n(t) = n_0 e^{rt}$

ในที่นี้  $n_0 = 600, r = \frac{30}{100} = 0.3$  และ  $t = 10$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } n(10) &= 600e^{0.3 \times 10} \\ &= 600e^3 \\ &\approx 600 \times 20.08554 \\ &\approx 12,051 \end{aligned}$$

เมื่อเวลาผ่านไป 10 ชั่วโมง จะมีจำนวนแบคทีเรียประมาณ 12,051 เซลล์

### อัตราเงินเฟ้อ

ในทางเศรษฐศาสตร์ ภาวะเงินเฟ้อ (inflation) หมายถึง ภาวะที่ราคาสินค้าและบริการโดยทั่วไปเพิ่มขึ้น และทำให้มูลค่าที่แท้จริงของเงินลดลง

ถ้าสมมติว่าอัตราเงินเฟ้อมีค่าคงตัว มูลค่าของเงิน ณ เวลา  $t$  ใด ๆ สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$V(t) = V_0 e^{-rt}$$

เมื่อ	$V(t)$	แทน	มูลค่าของเงิน ณ เวลา $t$
	$V_0$	แทน	มูลค่าของเงิน ณ เวลาเริ่มต้น
	$r$	แทน	อัตราเงินเฟ้อต่อปี

**ตัวอย่างที่ 4** กำหนดให้ อัตราเงินเฟ้อเป็นค่าคงตัวและเท่ากับ 3% ต่อปี จงหาว่าเงิน 100,000 บาท ที่มีในปัจจุบัน จะมีมูลค่าของเงินประมาณเท่าใดในอีก 5 ปีข้างหน้า

**วิธีทำ** จาก  $V(t) = V_0 e^{-rt}$

ในที่นี้  $V_0 = 100,000, r = \frac{3}{100} = 0.03$  และ  $t = 5$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } V(5) &= 100,000e^{-0.03 \times 5} \\ &\approx 86,070.80 \end{aligned}$$

ดังนั้น เงิน 100,000 บาท ที่มีในปัจจุบัน จะมีมูลค่าของเงินประมาณ 86,070.80 บาท ในอีก 5 ปีข้างหน้า

### ปริมาณของสารกัมมันตรังสีที่กำลังสลายตัว

การสลายตัวของสารกัมมันตรังสีที่มีครึ่งชีวิต (half-life)  $h$  วัน มีสูตรการหาปริมาณสารที่เหลืออยู่ดังนี้

$$m(t) = m_0 e^{-rt}$$

เมื่อ  $m(t)$  แทน ปริมาณของสารกัมมันตรังสีที่เหลืออยู่ เมื่อเวลาผ่านไป  $t$  วัน  
 $m_0$  แทน ปริมาณของสารกัมมันตรังสี ณ จุดเริ่มต้น  
 $r = \frac{\ln 2}{h}$

ตัวอย่างที่ 5 ธาตุไอโอดีน -131 มีครึ่งชีวิต 8 วัน ถ้าเดิมมีธาตุไอโอดีนอยู่ 600 มิลลิกรัม อยากทราบว่า เมื่อเวลาผ่านไป 45 วัน จะมีปริมาณของธาตุไอโอดีน -131 เหลืออยู่กี่มิลลิกรัม

วิธีทำ จาก  $m(t) = m_0 e^{-rt}$

ในที่นี้  $t = 45$ ,  $m_0 = 600$ ,  $h = 8$  และ  $r = \frac{\ln 2}{h} = \frac{0.6931}{8} \approx 0.0866$

จะได้  $m(45) = 600e^{-0.0866 \times 45}$   
 $\approx 12.1816$

ดังนั้น เมื่อเวลาผ่านไป 45 วัน มีปริมาณของธาตุไอโอดีน -131 เหลืออยู่ประมาณ 12.1816 มิลลิกรัม

### กระบวนการจัดการเรียนรู้

- 1) ครูทบทวนการเปิดใช้เมนูคำนวณ (Calculate) จากเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO fx-991EX Classwiz โดยใช้การถาม – ตอบ เช่น เศษส่วน และการยกกำลังต้องกดปุ่มใด เป็นต้น
- 2) ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน เรื่อง ดอกเบี้ยเงินฝากทบต้น โดยให้นักเรียนหาคำตอบจากเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ดังนี้

“ธนาคารแห่งหนึ่งกำหนดอัตราดอกเบี้ยทบต้นร้อยละ 0.25 ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยเป็นรายปี ถ้าสมชายฝากเงิน 50,000 บาท โดยไม่มีการถอนเงิน จงหาจำนวนเงินฝากในบัญชีของสมชายเมื่อสิ้นปีที่ 3”

- เมื่อสิ้นปีที่ 1 สมชายได้รับดอกเบี้ยเงินฝากกี่บาท (125 บาท)
- เมื่อสิ้นปีที่ 1 สมชายมีเงินฝากในบัญชีทั้งสิ้นกี่บาท (50,125 บาท)
- เมื่อสิ้นปีที่ 2 สมชายได้รับดอกเบี้ยเงินฝากกี่บาท (ประมาณ 125.31 บาท)
- เมื่อสิ้นปีที่ 2 สมชายมีเงินฝากในบัญชีทั้งสิ้นกี่บาท (ประมาณ 50,250.31 บาท)
- เมื่อสิ้นปีที่ 3 สมชายได้รับดอกเบี้ยเงินฝากเท่าไร (ประมาณ 125.63 บาท)
- เมื่อสิ้นปีที่ 3 สมชายมีเงินฝากในบัญชีทั้งสิ้นกี่บาท (ประมาณ 50,375.94 บาท)

ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า “จากสถานการณ์ข้างต้น หากระยะเวลาผ่านไป 10 ปี นักเรียน

จะใช้วิธีการคำนวณอย่างไร จึงจะได้ผลลัพธ์ที่รวดเร็วกว่าการคำนวณดอกเบี้ยเงินฝากทีละปี” (ผลการอภิปรายขึ้นอยู่กับประสบการณ์ของนักเรียน โดยครูเป็นผู้ชี้แนะและอธิบายเพิ่มเติมระหว่างการอภิปราย)

- 3) ครูยกตัวอย่างที่ 1 เรื่อง ดอกเบี้ยเงินฝากทบต้น โดยใช้การถาม – ตอบ ประกอบการอธิบาย ซึ่งเชื่อมโยงกับการประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล พร้อมกับให้นักเรียนตรวจคำตอบจากเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
- 4) ครูอธิบายเพิ่มเติมว่านอกเหนือจากเรื่องดอกเบี้ยเงินฝากทบต้นแล้ว นักเรียนยังสามารถนำความรู้เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ไปประยุกต์ใช้กับเรื่องอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวัน เช่น การเพิ่มของประชากร อัตราเงินเฟ้อ หรือปริมาณของสารกัมมันตรังสีที่กำลังสลายตัว เป็นต้น
- 5) ครูยกตัวอย่างที่ 2 และ 3 เรื่อง การเพิ่มของประชากร โดยใช้การถาม – ตอบ ประกอบการอธิบาย พร้อมกับให้นักเรียนตรวจคำตอบจากเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
- 6) ครูใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz สุ่มนักเรียนจำนวน 2 คน เพื่อทำตัวอย่างที่ 4 และ 5 หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้
- 7) ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม โดยละความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 19 การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล แล้วสุ่มตัวแทนของแต่ละกลุ่มมาเฉลยคำตอบ โดยครูและนักเรียนกลุ่มอื่น ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้อีกครั้ง
- 8) ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปว่า เราสามารถนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวันจริงได้

### สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 19 การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
2. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz

### การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 19
2. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

## ใบกิจกรรมที่ 19 การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบของคำถามต่อไปนี้ แล้วใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการตรวจสอบคำตอบ

1. ปัจจุบันประเทศหนึ่งมีประชากรจำนวน 100 ล้านคน และประมาณการว่าประเทศนี้ จะมีประชากรเป็นจำนวนสองเท่าในเวลา 21 ปี ถ้าจำนวนประชากรเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องในอัตราเดียวกัน แล้ว
  - 1.1 จงหาจำนวนประชากรในเวลา 15 ปี นับจากปัจจุบัน
  - 1.2 จงหาจำนวนประชากรในเวลา 30 ปี นับจากปัจจุบัน



---

---

---

---

---

---

---

---

2. จำนวนแบคทีเรียที่นักวิทยาศาสตร์เพาะเลี้ยงในห้องปฏิบัติการในเวลา  $t$  ชั่วโมง หาได้จากสูตร  $n(t) = 200e^{0.5t}$

- 2.1 จงหาจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป 5 ชั่วโมง
- 2.2 จงหาจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป 10 ชั่วโมง



---

---

---

---

---

---

---

---

3. ชายคนหนึ่งฝากเงินไว้กับธนาคารจำนวน 5,000 บาท  
ธนาคารให้ดอกเบี้ยแบบทบต้นในอัตรา 0.75 % ต่อปี  
เป็นเวลา 5 ปี จงหาจำนวนเงินฝากพร้อมดอกเบี้ยของชายผู้นี้  
เมื่อครบกำหนด 5 ปี และ ถ้าชายคนนี้ต้องการให้มีเงินในบัญชี  
หลังสิ้นปีที่ 5 เป็นจำนวนเงิน 10,000 บาท ต้องฝากเงินต้นไว้  
อย่างน้อยเท่าใด (ตอบอยู่ในรูปจำนวนเต็ม)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ถ้าครึ่งชีวิตของสารกัมมันตภาพรังสีชนิดหนึ่งเท่ากับ 8 ปี  
ถ้ามีสารกัมมันตภาพรังสีชนิดนี้จำนวน 500 มิลลิกรัม  
จงหาว่าในเวลา 16 ปี จะเหลือสารกัมมันตภาพรังสีจำนวน  
กี่มิลลิกรัม



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....